Notions de groupes/anneaux/corps

Définitions

<u>Magma:</u> *lci*[1] + associative + commutative

<u>Groupe:</u> *lci* + associative + possède un élément neutre + symétriques($+_G$)/inversibles($\times_G$)

<u>Groupe abélien:</u> *(toutes les conditions précédentes)* + commutative

<u>Sous-groupe:</u> H un sous ensemble de G avec H groupe + H stable pour lci_G

<u>n</u>

<u>$n^{\text{ième}}$ itéré:</u> $\underbrace{x \star \dots \star x}_{\text{n fois}} = x^{\star n}$ (ex: $x + \dots + x = nx$, $x \times \dots \times x = x^n$)

<u>Anneau:</u> $(A , +_A , \times_A)$

- $(A , +_A)$ est un groupe commutatif, le neutre de $+_A$ est noté O_A
- $\times_A$ associative
- $\times_A$ distributive sur $+_A$
- neutre de $\times_A$ noté 1_A

<u>Anneau commutatif:</u> $\times_A$ commutatif *(et toutes les conditions précédentes)*

Résumé

lci	pour 1 seule *lci* ($(A, \times)$ ou $(A, +)$) on a un groupe …			… commutatif
$+$	neutre noté *e* ou O_A	associative	symétrique	commutative
$\times$	neutre noté *e* ou 1_A	associative et distributive sur $+$	inversible	commutative

anneau	$(A , +)$ groupe commutatif $\times$ neutre, associative, distributive sur $+$
$+$		
anneau commutatif	$\times$ commutative
$+$		
corps (ou anneau intègre)	$(A , + , \times)$ anneau commutatif non réduit à $\{0\}$ $\times$ inversible (tout élem. non nul est inversible: $\mathbb{K}^{\times} = \mathbb{K} \backslash \{0\}$)

[1] *loi de composition interne. $(E, \star)$: E muni d'une lci "$\star$", cette loi doit vérifier la propriété de fermeture, c'est-à-dire $\forall (a, b) \in E^2$, $a \star b \in E$. On s'intéresse aux propriétés de la lci (commutative, associative, etc).*